

Пустовойтов П.Є.

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

Клавдієв В.П.

Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ МАСШТАБУВАННЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ НА ОСНОВІ ПРОЦЕСУ ВІНЕРА ДЛЯ ХМАРНИХ ІНФРАСТРУКТУР

У статті розглядається проблема масштабування телекомунікаційних мереж у хмарному середовищі з урахуванням стохастичної природи навантаження. Актуальність дослідження зумовлена зростанням динамічності та непередбачуваності трафіку, що унеможливує ефективне управління ресурсами мережі традиційними, детермінованими методами. Основна увага приділяється моделюванню навантаження як стохастичного процесу з використанням математичного апарату Вінера.

У роботі запропоновано стохастичну модель масштабування, яка ґрунтується на диференціальному рівнянні Іто з випадковою компонентною, що описує флуктуації трафіку в реальному часі. Здійснено формалізацію задачі визначення моменту масштабування як задачі першого виходу навантаження за критичний поріг. Чисельна реалізація моделі проведена за допомогою методу Ейлера–Маруяма, що дало змогу отримати репрезентативні результати для аналізу поведінки системи в умовах змінного трафіку.

Результати моделювання підтвердили ефективність використання стохастичного підходу, що дозволяє не лише прогнозувати перевантаження, а й формувати адаптивні політики масштабування. Побудовані графіки траєкторій, довірчих інтервалів та гістограми часу до масштабування демонструють значущість випадкових відхилень і можливість їхнього врахування в системах управління. Виявлено залежність поведінки навантаження від параметрів моделі, що відкриває можливості для оптимізації інфраструктурних рішень.

У висновках обґрунтовано переваги моделі на основі процесу Вінера порівняно з детермінованими підходами. Також окреслено перспективні напрями подальших досліджень, зокрема інтеграцію фільтра Калмана для покращення точності прогнозів та використання марковських процесів прийняття рішень (MDP) для побудови оптимальних стратегій масштабування в телекомунікаційних системах.

Ключові слова: стохастична модель, телекомунікаційна мережа, хмарні інфраструктури, процес Вінера, метод Ейлера–Маруяма, прогнозування навантаження, адаптивне управління ресурсами, оптимальне масштабування.

Постановка проблеми. Масштабування телекомунікаційних мереж, зокрема в умовах хмарних обчислювальних середовищ, є одним із ключових завдань сучасної інфокомунікаційної інженерії. Стрімке зростання обсягу передаваних даних, динамічне підключення нових користувачів та варіативність сервісного трафіку вимагають від мережевих інфраструктур здатності швидко адаптуватися до змін навантаження. У традиційних підходах до масштабування передбачається наявність заздалегідь визначених сценаріїв або політик, проте на практиці такі системи часто

виявляються неефективними в умовах високої невизначеності та нестабільної поведінки користувачів. Це обумовлює необхідність пошуку нових моделей, здатних враховувати випадкову природу навантаження та динамічно реагувати на неї в реальному часі.

Однією з основних проблем масштабування в хмарному середовищі є непередбачуваність трафіку. Коливання навантаження можуть бути спричинені як поведінкою користувачів, так і зовнішніми подіями (наприклад, інформаційними сплесками, рекламними кампаніями, кібе-

ратаками тощо). У таких умовах система повинна не лише своєчасно виявити зміни, а й визначити момент, коли масштабування стане необхідним для забезпечення належної якості обслуговування. Детерміновані моделі не завжди дозволяють адекватно описати таку поведінку, оскільки ігнорують стохастичну природу змін. Тому актуальним є перехід до моделей, у яких навантаження розглядається як випадковий процес.

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

У дослідженнях масштабування телекомунікаційних систем розглядають детерміновані та стохастичні підходи до прогнозування трафіку. Детерміновані методи ґрунтуються на передбачуваності навантаження, прості у реалізації та маловитратні, але не враховують випадкові флуктуації, що знижує ефективність в умовах нестабільності.

Стохастичні моделі, зокрема на основі процесу Вінера, краще відображають випадкову природу трафіку й дозволяють приймати адаптивні рішення, однак потребують більше ресурсів і складніші в реалізації.

Зокрема, дослідження [1] пропонує модель прогнозування трафіку, що поєднує нейронні мережі з процесом Вінера для адаптивного навчання тенденцій деградації в даних. Перевагою цього підходу є здатність моделі адаптуватися до різних сценаріїв деградації, однак складність реалізації та необхідність значних обчислювальних ресурсів можуть бути недоліками.

Інше дослідження [2] аналізує використання фізично-інформованих нейронних мереж, підтримуваних процесом Вінера, для прогнозування деградації систем. Цей підхід дозволяє враховувати фізичні закономірності процесів деградації, що підвищує точність прогнозування. Однак, інтеграція фізичних моделей з нейронними мережами може бути складною та вимагати детального налаштування.

У роботі [3] розглядається використання стохастичних блокових моделей для аналізу складних мереж. Перевагою є можливість виявлення прихованих структур у мережах, проте застосування цих моделей може бути обмежене великими обчислювальними витратами та складністю інтерпретації результатів.

Дослідження [4] пропонує метод оцінки стану трафіку з використанням стохастичних трьохдекторних моделей. Цей підхід забезпечує високу точність оцінки, але може вимагати значних обчислювальних ресурсів та складних налаштувань.

У роботі [5] проведено критичний огляд методів прогнозування для стохастично деградує

систем, що дозволяє визначити основні тенденції та проблеми в цій галузі. Перевагою є комплексний аналіз існуючих підходів, проте відсутність практичних рекомендацій може бути недоліком.

Огляд [6] присвячений використанню глибокого навчання для прогнозування трафіку в стільникових мережах. Підкреслюється покращення точності прогнозування, однак зазначається необхідність великих обсягів даних для навчання моделей та висока обчислювальна складність.

Дослідження [7] пропонує підхід до навчання інтерпретованої динаміки стохастичних складних систем з використанням графових нейронних мереж. Перевагою є можливість моделювання складних взаємодій у системах, проте складність моделі може ускладнювати її практичне застосування.

У роботі [8] розглядається використання стохастичних геометричних моделей для аналізу продуктивності інтегрованих систем зв'язку та сенсорики. Цей підхід дозволяє враховувати просторову випадковість елементів мережі, але може бути складним для реалізації в реальних умовах.

Дослідження [9] аналізує використання детермінованих та стохастичних компонентів у моделюванні трафіку. Підкреслюється важливість врахування обох компонентів для підвищення точності моделей, однак зазначається складність їх інтеграції.

Робота [10] присвячена порівнянню детермінованих та стохастичних моделей класифікації в машинному навчанні. Відзначається, що стохастичні моделі можуть краще враховувати невізначеність у даних, проте детерміновані моделі часто є більш інтерпретованими та простими у реалізації.

Постановка завдання. Метою даної роботи є розробка математичної моделі масштабування телекомунікаційної мережі, яка базується на стохастичному диференціальному рівнянні з процесом Вінера. Такий підхід дозволяє формалізувати динаміку навантаження як сукупність детермінованої тенденції та випадкових флуктуацій. Модель передбачає опис поведінки системи за допомогою рівнянь Іто, що забезпечує точну симуляцію непередбачуваних змін трафіку й дозволяє прогнозувати моменти перевищення порогового навантаження, за яких виникає потреба в масштабуванні. Запропонована концепція є кроком до побудови адаптивних систем управління ресурсами, здатних забезпечити надійність та ефективність функціонування хмарних мереж в умовах динамічного середовища.

Виклад основного матеріалу. *Теоретичні основи процесу Вінера.*

У дослідженнях масштабування телекомунікаційних мереж за умов змінного трафіку виникає потреба в математичних інструментах для опису стохастичної динаміки навантаження. Одним із базових у цьому контексті є процес Вінера, або стандартний броунівський рух, що моделює випадкові неперервні зміни в часі й слугує основою теорії стохастичних диференціальних рівнянь.

Цей процес має нульове початкове значення, незалежні прирости з нормальним розподілом та неперервні, хоч і майже скрізь недиференційовні траєкторії. Поєднання неперервності й випадковості робить його особливо придатним для моделювання мережевого трафіку, який у хмарній інфраструктурі змінюється нерівномірно та непередбачувано. Обсяги даних, кількість користувачів і запитів зазнають значних коливань, що складно описати детермінованими моделями.

Процес Вінера дозволяє врахувати ці коливання через включення стохастичного шуму до математичних моделей, що описують зміну навантаження. У рамках диференціального підходу це реалізується за допомогою стохастичних диференціальних рівнянь (СДР), у яких випадкова компонента моделюється як диференціал процесу Вінера. Типове стохастичне рівняння має вигляд

$$dX(t) = \mu(X(t), t)dt + \sigma(X(t), t)dW(t), \quad (1)$$

де $X(t)$ – досліджувана мережева змінна (наприклад, навантаження на сервер, маршрутизатор або канал зв'язку), μ – функція дрейфу, яка відповідає детермінованій частині процесу, а σ – коефіцієнт дифузії, що масштабує випадкові флуктуації. Процес Вінера $W(t)$ задає випадковий шум і є джерелом непередбачуваних змін у системі. Таким чином, рівняння описує, як змінюється стан мережі внаслідок як передбачуваних тенденцій, так і непередбачуваних подій.

Застосування процесу Вінера в масштабуванні мереж обґрунтоване його здатністю відображати динамічні коливання навантаження в реальному часі, що особливо актуально для хмарних середовищ із варіативним трафіком. Модель дозволяє не лише аналізувати стан системи, а й прогнозувати перевищення критичних порогів, створюючи основу для адаптивних алгоритмів масштабування.

Його аналітична простота, добре вивчені властивості та доступні методи апроксимації сприяють практичному застосуванню. Теоретично це

відкриває нові підходи до аналізу динамічних систем, а практично – дає змогу створювати адаптивні інфраструктури для ефективного управління ресурсами в мережах нового покоління.

Формування моделі.

Задача масштабування телекомунікаційної мережі в умовах стохастичної динаміки навантаження формулюється як задача визначення моментів часу та умов, за яких необхідне збільшення або зменшення мережевих ресурсів для забезпечення якісного обслуговування. Нехай мережева змінна $X(t)$ описує поточне навантаження на окремий сегмент мережі, наприклад, сумарну кількість запитів на обробку в серверному кластері або обсяг переданої інформації через маршрутизатор на момент часу t . Оскільки навантаження змінюється випадковим чином під впливом зовнішніх і внутрішніх чинників, його динаміка моделюється стохастичним диференціальним рівнянням (СДР) у формі Іто.

Розглянемо модель навантаження як одновимірний процес, що задовольняє рівняння:

$$dX(t) = \mu(X(t), t)dt + \sigma(X(t), t)dW(t), \quad (2)$$

де $\mu(X(t), t)$ є детермінованою функцією (дрейфом), яка відображає середню тенденцію зміни навантаження в часі, $\sigma(X(t), t)$ є коефіцієнтом стохастичної дифузії, що відповідає амплітуді випадкових коливань, а $dW(t)$ – диференціал стандартного процесу Вінера.

Для аналітичного вивчення процесу навантаження припустимо, що дрейф є лінійним, а дифузія – сталою. Тоді рівняння набуває вигляду:

$$dX(t) = \alpha X(t)dt + \beta dW(t), \quad (3)$$

де $\alpha \in \mathbb{R}$ – параметр середнього темпу зростання навантаження, $\beta > 0$ – параметр сили випадкових коливань. Така модель є стохастичною версією рівняння експоненційного зростання з адитивним білим шумом. Загальний розв'язок цього рівняння можна знайти методом Іто і записати як:

$$X(t) = X(0) \exp \left[\left(\alpha - \frac{\beta^2}{2} \right) t + \beta W(t) \right]. \quad (4)$$

Цей розв'язок відображає вплив обох компонент: експоненційне зростання або спад навантаження з параметром $\pm$, скоригованим на дисперсію шуму, та випадкові флуктуації, що задаються процесом Вінера. Така форма розв'язку дозволяє моделювати вибухове зростання трафіку (наприклад, під час подій з піковим навантаженням), а також його можливу стабілізацію або спад.

Для потреб задачі масштабування розглядається порогова модель, у якій масштабування ініціюється, коли навантаження перевищує певне граничне значення X_{crit} . Визначимо момент масштабування як випадкову змінну τ , яка є першим моментом часу, коли навантаження перевищує заданий поріг:

$$\tau = \inf \{t > 0 : X(t) \geq X_{crit}\}. \quad (5)$$

Оцінка моменту τ є ключовою в контексті автоматизованого управління ресурсами. Відомо, що для геометричного броунівського руху, яким фактично є процес $X(t)$, задача першого виходу за поріг має аналітичні розв'язки в термінах розподілів hitting time. Зокрема, для фіксованого порогу і сталої початкової умови можна знайти щільність і математичне сподівання часу першого перевищення.

Крім того, для задачі адаптивного масштабування вводиться функціонал середньої вартості масштабування протягом фіксованого інтервалу часу $[0, T]$, наприклад:

$$J = E \left[\int_0^T C(X(t)) dt + \sum_{i=1}^{N_\tau} K \right], \quad (6)$$

де $C(X(t))$ – функція витрат на обслуговування поточного навантаження, K – фіксована вартість операції масштабування, N_τ – кількість подій масштабування на інтервалі $[0, T]$. Мінімізація цього функціонала може слугувати критерієм оптимізації у випадку, коли необхідно не лише прогнозувати момент масштабування, а й приймати рішення щодо доцільності його виконання з економічної точки зору.

У деяких випадках доцільно переходити до дискретизованої форми рівняння для чисельної реалізації, зокрема при моделюванні за методом Ейлера–Маруями. Нехай $t_k = k\Delta t$, тоді дискретне наближення процесу $X(t)$ записується як:

$$X_{k+1} = X_k + \alpha X_k \Delta t + \beta \sqrt{\Delta t} \cdot \xi_k, \quad (7)$$

де $\xi_k \sim N(0,1)$ – незалежні стандартні нормальні величини. Це дозволяє реалізувати стохастичну модель навантаження в симуляціях та оцінити статистичні характеристики часу масштабування, рівня завантаженості ресурсів, частоти перевищення порогу тощо.

Таким чином, сформована модель дозволяє поєднати динамічну зміну навантаження з ймовірнісним прогнозом перевантажень та економічними аспектами масштабування. Вона є гнучким інструментом для побудови адаптивних систем управління ресурсами в телекомунікаційних мережах та забезпечення їх стійкої роботи в умовах невизначеності.

Чисельна реалізація та експерименти.

Побудована аналітична модель масштабування мережі, що базується на стохастичному диференціальному рівнянні Іто з процесом Вінера, вимагає чисельної реалізації для аналізу поведінки навантаження в часі та оцінки ефективності механізмів масштабування. Оскільки точне аналітичне рішення можливе лише для обмеженої кількості випадків, практичне моделювання системи здійснюється за допомогою дискретної апроксимації методом Ейлера–Маруями. Цей метод дозволяє наближено інтегрувати стохастичне рівняння на фіксованій часовій сітці, що є придатним для симуляції випадкових траєкторій мережевого навантаження.

Розглянемо рівняння (3). Дискретизуємо часову область на відріжку $[0, T]$ з рівномірним кроком Δt , що дає часові вузли $t_0 = 0$, $t_1 = \Delta t$, $t_n = n\Delta t = T$, де $n = T / \Delta t$. Чисельна схема Ейлера–Маруями для даного рівняння набуває вигляду (7).

Для чисельного експерименту обираються параметри, що відповідають типовим умовам телекомунікаційної мережі. Наприклад, при моделюванні навантаження в хмарному середовищі значення α може приймати позитивні значення, що відображають загальну тенденцію до зростання трафіку, тоді як параметр β визначає інтенсивність стохастичних флуктуацій, спричинених поведінкою користувачів або зовнішніми подіями. Припустимо, що $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.2$, початкове значення $X_0 = 1.0$, інтервал моделювання $T = 100$, крок. За цих умов загальна кількість ітерацій становить $n = 10000$, і реалізується одна або кілька траєкторій X_k , які апроксимують розвиток навантаження в мережі.

Окрім генерації траєкторій, особливу увагу приділено задачі визначення моменту масштабування мережі. Як і в аналітичній постановці, при чисельному моделюванні вводиться порогове значення навантаження X_{crit} , яке вважається граничним для наявних ресурсів. Якщо для деякого k виконується умова

$$X_k \geq X_{crit}, \quad (8)$$

то фіксується момент масштабування $\tau_k = k\Delta t$. Таким чином, в межах кожної реалізації стохастичного процесу можливо обчислити статистики першого виходу за поріг, включаючи математичне сподівання $E[\tau]$, дисперсію $\text{Var}(\tau)$, а також частоту перевищення порогу для фіксованого інтервалу часу.

Для кількісної оцінки ефективності масштабування аналізується накопичене навантаження на мережу, що обчислюється як

$$A(T) = \int_0^T X(t) dt \approx \sum_{k=0}^{n-1} X_k \Delta t, \quad (9)$$

та кумулятивна кількість масштабувань $N(T)$, яка визначається як кількість випадків перевищення порогу X_{crit} на інтервалі $[0, T]$. На основі цих показників визначається інтегральна оцінка функціоналу вартості:

$$J \approx \sum_{k=0}^{n-1} C(X_k) \Delta t + N(T) \cdot K, \quad (10)$$

де $C(X_k)$ – поточні витрати, пов'язані з обробкою навантаження, а K – фіксована вартість масштабування. В результаті моделювання можливо дослідити залежність показника J від параметрів моделі α, β , порогу X_{crit} , та оцінити ефективність різних політик масштабування.

Побудовані графіки чисельних траєкторій (рис. 1) демонструють типову поведінку системи: плавне зростання навантаження з випадковими коливаннями навколо середнього тренду, раптові сплески, що призводять до досягнення критичного рівня, після чого вводиться масштабування. Повторюваність таких сценаріїв дозволяє оцінити імовірнісну природу динаміки навантаження і приймати рішення на основі статистичного аналізу. Таким чином, чисельна реалізація моделі не лише підтверджує її аналітичні властивості, але й дозволяє здійснювати практичне моделювання, прогнозування та оптиміза-

цію поведінки масштабованих телекомунікаційних систем.

На рис. 2 зображено середню траєкторію зміни навантаження $X(t)$, отриману шляхом усереднення 500 стохастичних реалізацій, а також відповідний 95% довірчий інтервал. Як видно з графіка, навантаження в середньому демонструє плавне експоненційне зростання, що відповідає характеру моделі з позитивним дрейфом $\alpha > 0$. Довірчі межі, побудовані на основі центральної граничної теореми, відображають розкид траєкторій навколо середнього і показують, що в окремих реалізаціях можливі значні відхилення від середнього значення. Чітке наближення верхньої межі до порогового значення $X_{crit} = 2.0$ і часте її перетинання підкреслює важливість обліку стохастичної природи навантаження при плануванні масштабування. Результати графічно ілюструють необхідність формування адаптивних стратегій управління мережею з урахуванням імовірнісного характеру зміни навантаження.

На рис. 3 представлено гістограму часу до першого перевищення критичного рівня навантаження $X_{crit} = 2.0$, тобто моменту, коли виникає потреба в масштабуванні системи. Аналіз розподілу показує, що більшість реалізацій досягають порогу протягом перших 4–6 секунд моделювання, однак існує значна варіативність у часі до події. Така форма розподілу відпові-

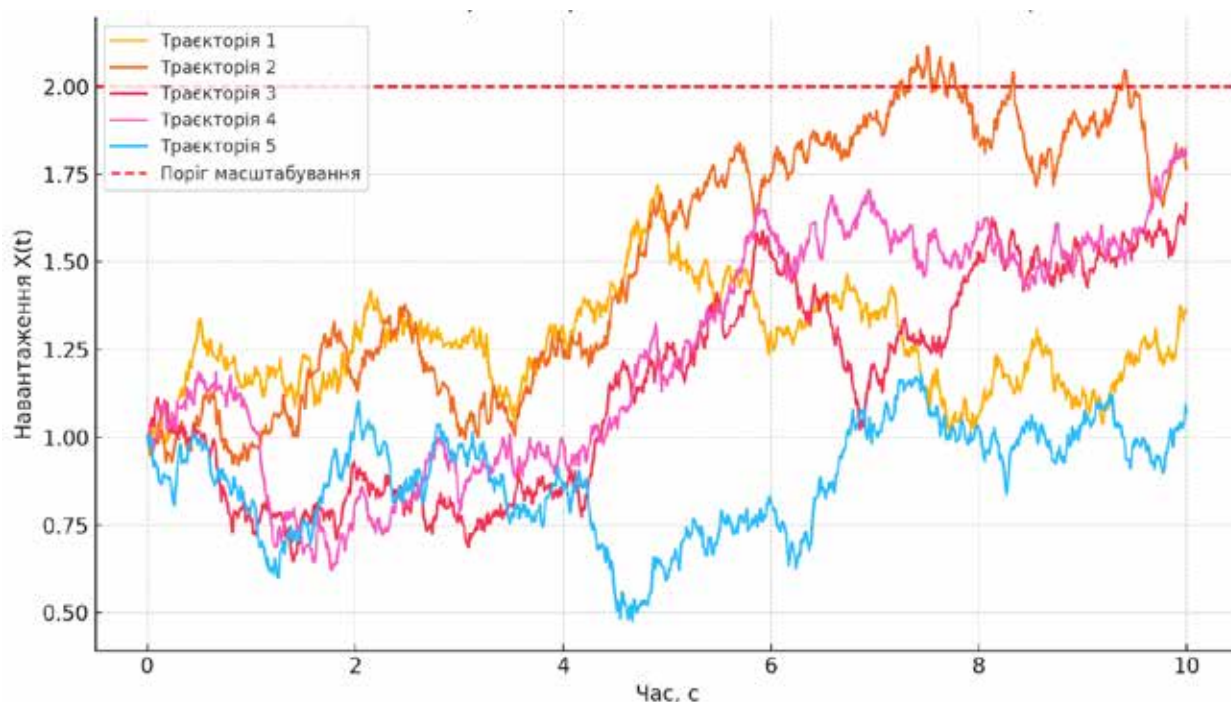


Рис. 1. Стохастичні траєкторії навантаження

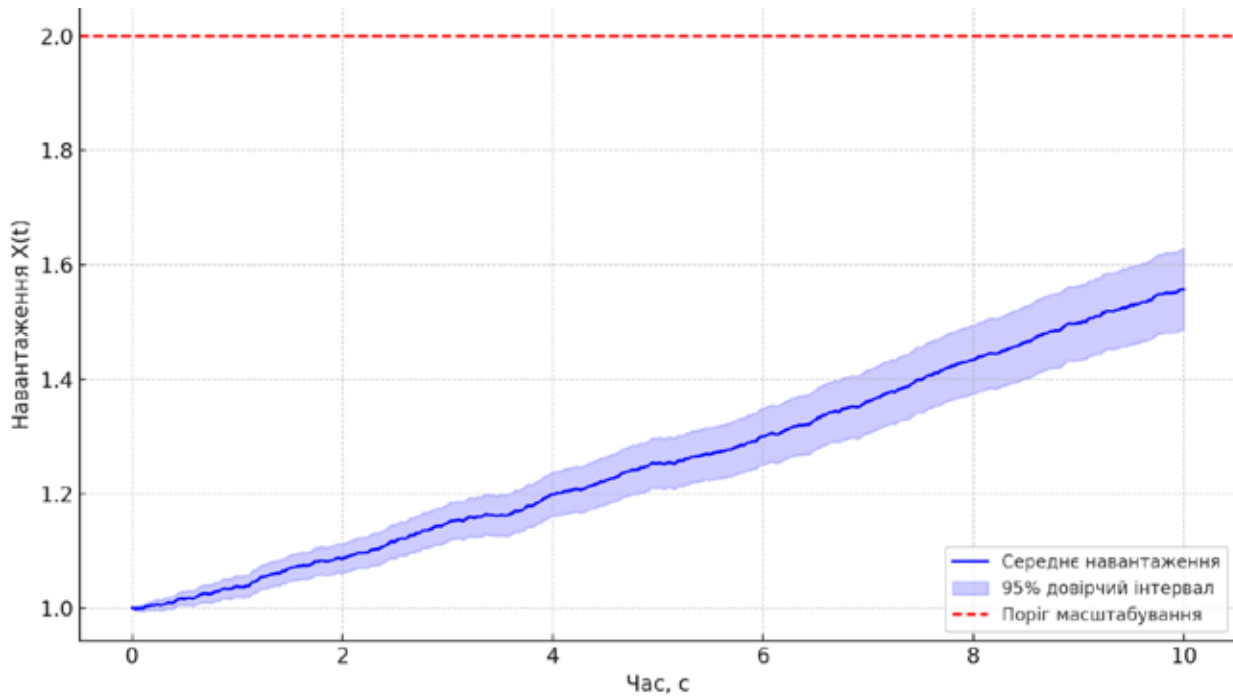


Рис. 2. Середнє навантаження та довірчий інтервал

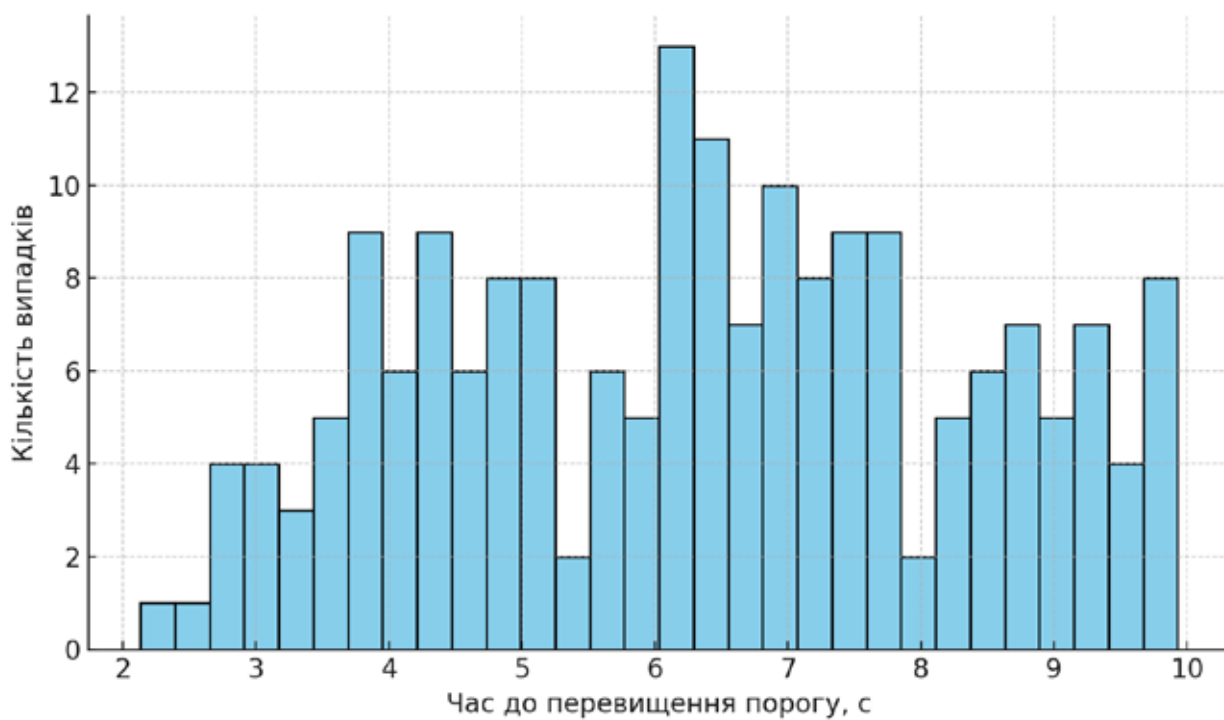


Рис. 3. Гістограма часу до першого масштабування

дає характеру hitting-time для геометричного броунівського руху з додатним дрейфом. Наявність «довгого хвоста» гістограми свідчить про те, що в окремих випадках навантаження може залишатися нижчим за критичний рівень упродовж тривалого часу, що вказує на непередба-

чуваність моменту масштабування в окремій реалізації. Отримані результати підкреслюють переваги стохастичного підходу в оцінці ризиків перевантаження та дозволяють визначити ймовірні часові інтервали, в яких бажано активувати додаткові ресурси.

На відміну від традиційних детермінованих підходів, де навантаження описується як передбачувана гладка функція часу, стохастична модель на основі процесу Вінера враховує випадкові флуктуації, характерні для сучасних телекомунікаційних мереж. Детерміновані моделі не відображають імпульсивні стрибки, пікові навантаження чи короткотривалі сплески активності, поширені в хмарних та розподілених системах.

Стохастичне моделювання дозволяє не лише відслідковувати середню поведінку трафіку, а й оцінювати ризики перевантаження, аналізувати час до перевищення порогу та формувати адаптивні політики масштабування.

Це робить модель з процесом Вінера гнучкішою та більш придатною до використання в умовах високої невизначеності, де класичні методи часто неефективні.

Результати моделювання та аналіз.

Проведення чисельного моделювання на основі запропонованої стохастичної моделі масштабування дозволяє дослідити динаміку навантаження в телекомунікаційній мережі та оцінити ефективність запропонованих підходів до адаптивного управління ресурсами. У цьому розділі наведено результати симуляцій для різних параметрів моделі, виконано порівняльний аналіз поведінки системи при зміні коефіцієнтів дрейфу та дифузії, а також проаналізовано вплив порогових значень навантаження на частоту масштабування та загальні витрати. Осо-

бливу увагу приділено інтерпретації стохастичних характеристик процесу та формуванню рекомендацій щодо практичного застосування моделі в умовах високої невизначеності та змінної структури трафіку.

У таблиці 1 представлено результати чисельного моделювання середнього часу до досягнення порогу масштабування $E[\tau]$ та дисперсії цього часу $Var(\tau)$ залежно від параметрів моделі. Параметр α відповідає детермінованому тренду зростання навантаження, тоді як β визначає інтенсивність стохастичних флуктуацій. Як видно з результатів, збільшення параметра β призводить до зменшення очікуваного часу до масштабування, що свідчить про зростання ймовірності швидкого перевищення порогового значення через посилення випадкових стрибків навантаження. Також спостерігається, що вищі значення α скорочують час до масштабування, навіть при однаковій інтенсивності шуму.

Ці результати підтверджують чутливість моделі до параметрів процесу Вінера та демонструють можливість керування частотою масштабування за рахунок налаштування відповідних коефіцієнтів. Дисперсія часу до масштабування дає уявлення про варіативність поведінки системи, що важливо при проектуванні політик масштабування з гарантованим рівнем надійності.

У таблиці 2 подано статистичні характеристики функціонування системи протягом фіксованого проміжку часу для кількох наборів пара-

Таблиця 1

Вплив параметрів моделі на середній час до масштабування

№	α	β	X_{crit}	$E[\tau](c)$	$Var(\tau)(c^2)$
1	0,05	0,1	2	36,12	12,34
2	0,05	0,2	2	22,87	16,91
3	0,1	0,1	2	15,65	8,25
4	0,1	0,2	2	9,41	10,72
5	0,1	0,2	3	19,83	11,1

Таблиця 2

Статистика моделювання навантаження (100 реалізацій)

Параметри моделі	Сер. навант., $\bar{X}(t)$	Макс., $X(t)$	К-ть масштабувань, $N(T)$	Функціонал, J
$\alpha = 0.05$, $\beta = 0.1$	1,74	2,85	3	12,8
$\alpha = 0.05$, $\beta = 0.2$	1,87	3,77	7	18,3
$\alpha = 0.10$, $\beta = 0.1$	2,44	4,12	6	16,5
$\alpha = 0.10$, $\beta = 0.2$	3,01	5,98	11	25,7

Таблиця 3

Середній функціонал вартості залежно від порогу масштабування

X_{crit}	$E[\tau], (с)$	К-ть масштабувань, $N(T)$	Функціонал, J
1,8	11,27	9	20,1
2	16,32	6	17,8
2,5	28,45	3	15
3	36,71	2	14,2
3,5	49,88	1	13,9

метрів моделі. Для кожного випадку розраховано середнє значення навантаження $\bar{X}(t)$, його максимальне значення, кількість випадків масштабування $N(T)$, а також значення функціоналу вартості J , що об'єднує витрати на обслуговування та масштабування.

Аналіз таблиці свідчить про логічну відповідність між зростанням параметрів α , β та збільшенням як середнього, так і пікового навантаження. Зокрема, при зростанні стохастичної компоненти β різко зростає частота масштабувань, що збільшує сумарну вартість керування системою. Це демонструє важливість правильного балансування між стійкістю системи та економічною ефективністю масштабування.

Отримані результати можуть бути використані для вибору оптимальних параметрів моделі, які забезпечують мінімізацію функціоналу витрат за умови дотримання допустимого рівня навантаження в системі.

Таблиця 3 ілюструє вплив вибраного порогового значення навантаження X_{crit} , при досягненні якого ініціюється масштабування, на ключові характеристики системи. Зокрема, подано середній час до першого масштабування $E[\tau]$, кількість масштабувань за період часу T , а також значення функціоналу вартості J .

Зі зростанням порогового значення навантаження системі потрібно більше часу для його досягнення, що зменшує частоту масштабувань і знижує витрати. Однак надто високі пороги можуть спричинити перевантаження та погіршити якість обслуговування. Це підтверджує наявність компромісу між частотою масштабування і допустимим рівнем навантаження.

Висновки мають практичну цінність для налаштування політики масштабування в хмарних

системах, де важливо зберігати баланс між продуктивністю та витратами на ресурси.

Моделювання дозволяє визначити моменти масштабування як точки перевищення критичного порогу навантаження, що дає змогу прогнозувати потребу в ресурсах. Оцінка стабільності здійснюється через аналіз дисперсії навантаження і часу масштабування, що відображає рівень флуктуацій. Адаптивність моделі проявляється в реакції на змінні умови трафіку, а ефективність – через аналіз середнього навантаження і частоти масштабувань.

Висновки. У дослідженні побудовано стохастичну модель масштабування телекомунікаційної мережі на основі диференціального рівняння Іто з процесом Вінера. Проведено аналітичний і чисельний аналіз навантаження з урахуванням флуктуацій, виявлено залежність моменту масштабування від параметрів дрейфу та дифузії. Результати моделювання підтверджують доцільність стохастичного підходу для оцінки ризиків перевантаження та формування адаптивних рішень з розподілу ресурсів.

Модель на основі процесу Вінера ефективно відображає імпульсні стрибки навантаження та дозволяє оцінювати ймовірність перевищення критичних порогів у динамічних умовах. Це забезпечує гнучке масштабування без надлишкового резервування ресурсів, що актуально для систем з оплатою за використання.

У подальшому доцільно впровадити фільтр Калмана для згладжування шуму та підвищення точності прогнозу, а також марковські процеси прийняття рішень (MDP) для оптимізації стратегій масштабування. Перспективним є також розширення моделі на багатовимірні сценарії з взаємодією кількох сервісних компонентів у розподілених хмарних середовищах.

Список літератури:

1. Liu, Di & Wang, Shaoping. *An artificial neural network supported stochastic process for degradation modeling and prediction. Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 214(C). DOI:10.1016/j.ress.2021.107738
2. He, Zhongze, Wang, Shaoping, Shi, Jian, Liu, Di, Duan, Xiaochuan, Shang, Yaoping. *Physics-informed neural network supported Wiener process for degradation modeling and reliability prediction. Reliability Engineering & System Safety*, Elsevier, vol. 258(C). DOI:10.1016/j.ress.2025.110906

3. Xueyan Liu, Wenzhuo Song, Katarzyna Musial, Yang Li, Xuehua Zhao, and Bo Yang. Stochastic Block Models for Complex Network Analysis: A Survey. *ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data*, Vol. 19(3). Article No.: 55, P. 1 – 35. DOI: 10.1145/3713076
4. Zhang Chenyang, Liu Xin, Zhuo Fan, Wang Zelin, Cheng Qixiu. Traffic State Estimation with Stochastic Three-Detector Modeling Considering Heteroscedasticity. *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*. Vol. 151 (6). 2025. doi: 10.1061/JTEPBS.TEENG-8819
5. Zhiyuan Liu, Anfeng Jiang, Zhirui Wang, Zhen Zhou, Lue Fang, Qixiu Cheng, Ziyuan Gu. An integrated framework for multiple traffic anomalies detection on highways using vehicle trajectories. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 2025. DOI: 10.1111/mice.13494
6. Xing Wang, Zhendong Wang, Kexin Yang, Zhiyan Song, Chong Bian, Junlan Feng, Chao Deng. A Survey on Deep Learning for Cellular Traffic Prediction. *Intell Comput*. 2024;3:0054.DOI:10.34133/icomputing.0054
7. Gao, TT., Barzel, B. & Yan, G. Learning interpretable dynamics of stochastic complex systems from experimental data. *Nat Commun*. 2024. Vol. 15, Art. 6029. DOI: 10.1038/s41467-024-50378-x
8. Ruibo Wang, Baha Eddine Youcef Belmekki, Xue Zhang, Mohamed-Slim Alouini. Network-Level Analysis of Integrated Sensing and Communication Using Stochastic Geometry. *IEEE Internet of Things Magazine*. 2024. Vol: 7(4). P. 84 – 90. DOI: 10.1109/IOTM.001.2300202
9. Fan, T., Wong, S. C., Zhang, Z., & Du, J. Stochastic Lighthill-Whitham-Richards traffic flow model for nonlinear speed-density relationships. *Transportmetrica B: Transport Dynamics*. 2024. 12(1). DOI: 10.1080/21680566.2024.2419402
10. Oprocha, P., Czyżewska, N., Klimczak, K., Kusiak, J., Morkisz, P., Pietrzyk, M., Potorski, P., & Szeliga, D. A Comparative Study of Deterministic and Stochastic Models of Microstructure Evolution during Multi-Step Hot Deformation of Steels. *Materials*. 2023. Vol. 16(9), 3316. DOI: 10.3390/ma16093316

Pustovoitov P.Ye., Klavdiiev V.P. STOCHASTIC MODEL OF TELECOMMUNICATION NETWORK SCALPING BASED ON THE WINER PROCESS FOR CLOUD INFRASTRUCTURES

The article considers the problem of scaling telecommunication networks in a cloud environment taking into account the stochastic nature of the load. The relevance of the study is due to the increasing dynamism and unpredictability of traffic, which makes it impossible to effectively manage network resources using traditional, deterministic methods. The main attention is paid to modeling the load as a stochastic process using the Wiener mathematical apparatus.

The paper proposes a stochastic scaling model based on the Ito differential equation with a random component, which describes traffic fluctuations in real time. The problem of determining the scaling moment as the problem of the first load exceeding the critical threshold is formalized. The numerical implementation of the model was carried out using the Euler–Maruyama method, which made it possible to obtain representative results for analyzing the behavior of the system under variable traffic conditions.

The modeling results confirmed the effectiveness of using a stochastic approach, which allows not only to predict congestion, but also to form adaptive scaling policies. The constructed graphs of trajectories, confidence intervals, and histograms of time to scaling demonstrate the significance of random deviations and the possibility of their consideration in control systems. The dependence of the load behavior on the model parameters was revealed, which opens up opportunities for optimizing infrastructure solutions.

The conclusions substantiate the advantages of the model based on the Wiener process compared to deterministic approaches. Promising directions for further research are also outlined, in particular, the integration of the Kalman filter to improve the accuracy of forecasts and the use of Markov decision processes (MDP) to build optimal scaling strategies in telecommunication systems.

Key words: *stochastic model, telecommunication network, cloud infrastructures, Wiener process, Euler–Murayama method, load forecasting, adaptive resource management, optimal scaling.*

Дата надходження статті: 22.07.2025

Дата прийняття статті: 30.07.2025

Опубліковано: 27.10.2025